

Môn: TOÁN

Thời gian: 180 phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi thứ nhất: 11/01/2011



**Bài 1 (5,0 điểm).** Cho số nguyên dương  $n$ . Chứng minh rằng với mọi số thực dương  $x$ , ta có bất đẳng thức:

$$\frac{x^n(x^{n+1} + 1)}{x^n + 1} \leq \left(\frac{x + 1}{2}\right)^{2n+1}.$$

Hỏi đẳng thức xảy ra khi nào?

**Bài 2 (5,0 điểm).** Cho dãy số thực  $(x_n)$  xác định bởi

$$x_1 = 1 \quad \text{và} \quad x_n = \frac{2n}{(n-1)^2} \cdot \sum_{i=1}^{n-1} x_i \quad \text{với mọi } n \geq 2.$$

Với mỗi số nguyên dương  $n$ , đặt  $y_n = x_{n+1} - x_n$ .

Chứng minh rằng dãy số  $(y_n)$  có giới hạn hữu hạn khi  $n \rightarrow +\infty$ .

**Bài 3 (5,0 điểm).** Trong mặt phẳng, cho đường tròn  $(O)$  đường kính  $AB$ . Xét một điểm  $P$  di động trên tiếp tuyến tại  $B$  của  $(O)$  sao cho  $P$  không trùng với  $B$ . Đường thẳng  $PA$  cắt  $(O)$  tại điểm thứ hai  $C$ . Gọi  $D$  là điểm đối xứng với  $C$  qua  $O$ . Đường thẳng  $PD$  cắt  $(O)$  tại điểm thứ hai  $E$ .

1/ Chứng minh rằng các đường thẳng  $AE$ ,  $BC$  và  $PO$  cùng đi qua một điểm. Gọi điểm đó là  $M$ .

2/ Hãy xác định vị trí của điểm  $P$  sao cho tam giác  $AMB$  có diện tích lớn nhất. Tính giá trị lớn nhất đó theo bán kính của đường tròn  $(O)$ .

(( $O$ ) kí hiệu đường tròn tâm  $O$ ).

**Bài 4 (5,0 điểm).** Cho ngũ giác lồi  $ABCDE$  có độ dài mỗi cạnh và độ dài các đường chéo  $AC$ ,  $AD$  không vượt quá  $\sqrt{3}$ . Lấy 2011 điểm phân biệt tùy ý nằm trong ngũ giác đó. Chứng minh rằng tồn tại một hình tròn đơn vị có tâm nằm trên cạnh của ngũ giác đã cho chứa ít nhất 403 điểm trong số các điểm đã lấy.

-----HẾT-----

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.
- Giám thị không giải thích gì thêm.

**BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  
**ĐỀ THI CHÍNH THỨC**

**KỶ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI QUỐC GIA**  
**LỚP 12 THPT NĂM 2011**



Môn: **VẬT LÝ**

Thời gian: **180 phút** (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi thứ nhất: **11/01/2011**

(Đề thi có 02 trang, gồm 05 câu)

**Câu 1. (4,5 điểm)**

Cho vật 1 là một bản mỏng đều, đồng chất, được uốn theo dạng lòng máng thành một phần tư hình trụ  $AB$  cứng, ngắn, có trục  $\Delta$ , bán kính  $R$  và được gắn với điểm  $O$  bằng các thanh cứng, mảnh, nhẹ. Vật 1 có thể quay không ma sát quanh một trục cố định (trùng với trục  $\Delta$ ) đi qua điểm  $O$ . Trên Hình 1,  $OA$  và  $OB$  là các thanh cứng cùng độ dài  $R$ ,  $OAB$  nằm trong mặt phẳng vuông góc với trục  $\Delta$ , chứa khối tâm  $G$  của vật 1,  $C$  là giao điểm của  $OG$  và lòng máng.

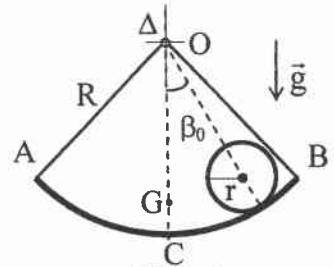
1. Tìm vị trí khối tâm  $G$  của vật 1.

2. Giữ cho vật 1 luôn cố định rồi đặt trên nó vật 2 là một hình trụ rỗng, mỏng, đồng chất, cùng chiều dài với vật 1, bán kính  $r$  ( $r < R$ ), nằm dọc theo đường sinh của vật 1. Kéo vật 2 lệch ra khỏi vị trí cân bằng một góc nhỏ  $\beta_0$  rồi thả nhẹ.

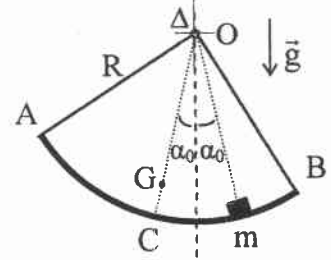
a) Tìm chu kì dao động nhỏ của vật 2. Biết rằng trong quá trình dao động, vật 2 luôn lăn không trượt trên vật 1.

b) Biết  $\mu$  là hệ số ma sát nghỉ giữa vật 1 và vật 2. Tìm giá trị lớn nhất của góc  $\beta_0$  để trong quá trình dao động điều hoà, vật 2 không bị trượt trên vật 1.

3. Thay vật 2 bằng một vật nhỏ 3. Vật 3 nằm trong mặt phẳng  $OAB$ . Kéo cho vật 1 và vật 3 lệch khỏi vị trí cân bằng sao cho  $G$  và vật 3 nằm về hai phía mặt phẳng thẳng đứng chứa  $\Delta$ , với các góc lệch đều là  $\alpha_0$  như Hình 2, rồi thả nhẹ. Bỏ qua ma sát. Tìm khoảng thời gian nhỏ nhất để vật 3 đi tới  $C$ .



Hình 1



Hình 2

**Câu 2. (4,5 điểm)**

Một bình hình trụ chứa chất khí đơn nguyên tử, chiều dài  $L$ , diện tích đáy  $S$ , chuyển động dọc theo phương song song với trục của bình. Khối lượng khí trong bình là  $m$ . Ở thời điểm bình đang chuyển động với gia tốc  $a_0$  ( $a_0 > 0$ ), người ta bắt đầu làm cho gia tốc của bình giảm thật chậm tới giá trị  $\frac{a_0}{2}$ . Coi khí trong bình là khí lí tưởng. Giả thiết ở mỗi thời điểm, các phân tử khí có gia tốc như nhau và nhiệt độ đồng đều trong toàn khối khí. Bỏ qua tác dụng của trọng lực.

1. Cho rằng nhiệt độ của khí luôn là  $T$  không đổi và  $\frac{\mu a_0 L}{RT} \ll 1$ , trong đó  $\mu$  là khối lượng mol của chất khí,  $R$  là hằng số khí. Hãy tính:

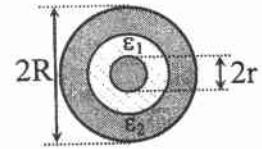
a) Áp suất do khí tác dụng lên mỗi đáy bình khi gia tốc của bình là  $a$ .

b) Công do khối khí thực hiện trong quá trình giảm gia tốc trên.

2. Giả thiết bình hoàn toàn cách nhiệt và nhiệt độ khí thay đổi rất nhỏ trong quá trình giảm gia tốc. Biết nhiệt độ ban đầu của khối khí là  $T$ . Tìm độ biến thiên nhiệt độ của khối khí trong quá trình trên.

**Câu 3. (3,5 điểm)**

Một tụ điện trụ dài  $L$ , bán kính các bản tụ tương ứng là  $r$  và  $R$ . Không gian giữa hai bản tụ được lấp đầy bởi hai lớp điện môi cứng, cùng chiều dày, có hằng số điện môi tương ứng là  $\epsilon_1$  và  $\epsilon_2$  (Hình 3). Lớp điện môi  $\epsilon_1$  có thể kéo được ra khỏi tụ điện. Tụ điện được nối với hai cực của nguồn điện có hiệu điện thế  $U$  không đổi.



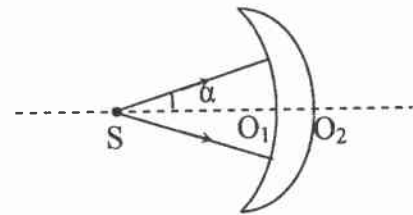
Hình 3

Ở thời điểm  $t = 0$ , lớp điện môi  $\epsilon_1$  bắt đầu được kéo ra khỏi tụ điện với tốc độ không đổi  $v$ . Giả thiết điện trường chỉ tập trung trong không gian giữa hai bản tụ, bỏ qua mọi ma sát. Xét trong khoảng  $0 < t < \frac{L}{v}$  hãy:

1. Viết biểu thức điện dung của tụ theo thời gian  $t$ .
2. Tính lực điện tác dụng lên lớp điện môi  $\epsilon_1$  ở thời điểm  $t$ .
3. Xác định cường độ và chiều dòng điện qua nguồn.

**Câu 4. (4,5 điểm)**

Cho một thấu kính hội tụ lõm - lồi, bằng thủy tinh, chiết suất  $n = 1,5$  như Hình 4. Mặt lõm có bán kính  $R_1 = 5,5$  cm và có đỉnh tại  $O_1$ . Mặt lồi có bán kính  $R_2$  và đỉnh tại  $O_2$ . Khoảng cách  $O_1O_2 = 0,5$  cm. Một điểm sáng  $S$  được đặt tại đúng tâm của mặt lõm và chiếu một chùm tia có góc mở rộng vào mặt thấu kính.



Hình 4

1. Xét chùm sáng hình nón xuất phát từ  $S$  chiếu vào thấu kính với góc giữa đường sinh và trục hình nón là  $\alpha = 15^\circ$ . Với giá trị  $R_2 = 3$  cm, hãy xác định vị trí điểm đầu và điểm cuối của dải các giao điểm của các phương tia sáng ló ra khỏi thấu kính và trục chính.
2. Tìm giá trị  $R_2$  sao cho chùm tia ló ra khỏi thấu kính là một chùm tia đồng quy, rộng.

**Câu 5. (3,0 điểm)**

Trong nguyên tử hiđrô lúc đầu có electron chuyển động tròn với bán kính quỹ đạo  $r = 2,12 \cdot 10^{-10}$  m quanh hạt nhân dưới tác dụng của lực Culông. Ta chỉ sử dụng các định luật vật lý cổ điển để nghiên cứu chuyển động của electron trong nguyên tử. Theo đó, khi electron chuyển động với gia tốc  $a$  thì nguyên tử sẽ bức xạ điện từ với công suất  $P = \frac{2ke^2}{3c^3} a^2$  (trong đó  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s;  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  C;  $k = 9 \cdot 10^9$  Nm<sup>2</sup>/C<sup>2</sup>). Coi gia tốc toàn phần  $a$  của electron là gia tốc hướng tâm. Hãy tính thời gian cần thiết để bán kính quỹ đạo giảm đến  $r_0 = 0,53 \cdot 10^{-10}$  m và ước tính trong thời gian đó electron chuyển động trên quỹ đạo được bao nhiêu vòng.

-----HẾT-----

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu.
- Giám thị không giải thích gì thêm.



Môn: **HOÁ HỌC**

Thời gian: **180 phút** (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi thứ nhất: **11/01/2011**

Đề thi có 02 trang, gồm 06 câu

**Câu 1. (3,5 điểm)**

1. Clo, brom, iot có thể kết hợp với flo tạo thành các hợp chất dạng  $XF_m$ . Thực nghiệm cho thấy rằng m có 3 giá trị khác nhau nếu X là Cl hoặc Br, m có 4 giá trị khác nhau nếu X là I.

a) Hãy viết công thức các hợp chất dạng  $XF_m$  của mỗi nguyên tố Cl, Br, I.

b) Dựa vào cấu tạo nguyên tử và độ âm điện của các nguyên tố, hãy giải thích sự hình thành các hợp chất trên.

Cho: Độ âm điện của F là 4,0; Cl là 3,2; Br là 3,0; I là 2,7.

2.  $^{32}\text{P}$  phân rã  $\beta^-$  với chu kì bán huỷ 14,28 ngày, được điều chế bằng phản ứng giữa neutron với hạt nhân  $^{32}\text{S}$ .

a) Viết các phương trình phản ứng hạt nhân để điều chế  $^{32}\text{P}$  và biểu diễn sự phân rã phóng xạ của  $^{32}\text{P}$ .

b) Có hai mẫu phóng xạ  $^{32}\text{P}$  được kí hiệu là mẫu I và mẫu II. Mẫu I có hoạt độ phóng xạ 20 mCi được lưu giữ trong bình đặt tại buồng làm mát có nhiệt độ 10 °C. Mẫu II có hoạt độ phóng xạ 2  $\mu\text{Ci}$  bắt đầu được lưu giữ cùng thời điểm với mẫu I nhưng ở nhiệt độ 20 °C. Khi hoạt độ phóng xạ của mẫu II chỉ còn  $5.10^{-1} \mu\text{Ci}$  thì lượng lưu huỳnh xuất hiện trong bình chứa mẫu I là bao nhiêu gam? Trước khi lưu giữ, trong bình không có lưu huỳnh.

Cho: 1 Ci =  $3,7.10^{10}$  Bq (1Bq = 1 phân rã/giây); số Avogadro  $N_A = 6,02.10^{23} \text{ mol}^{-1}$ ; hoạt độ phóng xạ  $A = \lambda.N$  ( $\lambda$  là hằng số tốc độ phân rã, N là số hạt nhân phóng xạ ở thời điểm t).

**Câu 2. (3,5 điểm)**

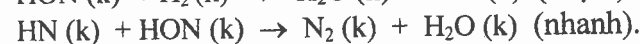
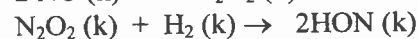
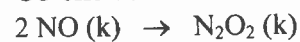
Một phản ứng pha khí xảy ra theo phương trình:  $X(k) \rightarrow Y(k)$  (1). Khi nồng độ đầu  $[X]_0 = 0,02 \text{ mol.L}^{-1}$  thì tốc độ đầu của phản ứng  $v_0$  (ở 25 °C) là  $4.10^{-4} \text{ mol.L}^{-1}.\text{phút}^{-1}$ ; định luật tốc độ của phản ứng có dạng:  $v = k.[X]$  (2), trong đó k là hằng số tốc độ của phản ứng.

1. Tìm biểu thức liên hệ lgv (logarit của tốc độ phản ứng) với thời gian phản ứng t và tính các hệ số trong biểu thức này cho trường hợp của phản ứng (1).

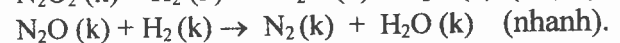
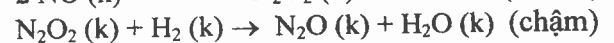
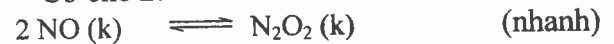
2. Tính thời gian phản ứng một nửa trong các điều kiện nói trên.

3. Phản ứng  $2\text{NO}(k) + 2\text{H}_2(k) \rightarrow \text{N}_2(k) + 2\text{H}_2\text{O}(k)$  tuân theo quy luật động học thực nghiệm:  $v = k[\text{NO}]^2[\text{H}_2]$ . Hai cơ chế được đề xuất cho phản ứng này:

Cơ chế 1:



Cơ chế 2:



Cơ chế nào phù hợp với quy luật động học thực nghiệm? Tại sao?

**Câu 3. (3,5 điểm)**

Cho hằng số khí  $R = 8,314 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$ . Ở áp suất tiêu chuẩn  $P_0 = 1,000 \text{ bar} = 1,000.10^5 \text{ Pa}$ , nhiệt độ 298 K, ta có các dữ kiện nhiệt động học:

Khí	$\text{H}_2$	$\text{N}_2$	$\text{NH}_3$
Biến thiên entanpi hình thành $\Delta H_f^0(\text{kJ.mol}^{-1})$	0	0	- 45,9
Entropi $S^0(\text{J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1})$	130,7	191,6	192,8

Liên kết	$\text{N}\equiv\text{N}$	$\text{N}=\text{N}$	$\text{N}-\text{N}$	$\text{H}-\text{H}$
Biến thiên entanpi phân li liên kết $\Delta H_b^0(\text{kJ.mol}^{-1})$	945	466	159	436

- Tính biến thiên entanpi, biến thiên entropi, biến thiên năng lượng tự do Gibbs và hằng số cân bằng K của phản ứng tổng hợp amoniac từ nitơ và hidro ở điều kiện nhiệt độ và áp suất trên.
- Trong thực tế sản xuất, phản ứng tổng hợp amoniac được thực hiện ở nhiệt độ cao.
  - Chấp nhận gần đúng việc bỏ qua sự phụ thuộc nhiệt độ của  $\Delta H$  và  $\Delta S$ , hãy tính hằng số cân bằng K của phản ứng ở  $T = 773 \text{ K}$ .
  - Nhận xét về hướng ưu tiên của phản ứng ở  $298 \text{ K}$  và  $773 \text{ K}$ . Giải thích tại sao lại tiến hành tổng hợp  $\text{NH}_3$  ở nhiệt độ cao. Để tăng hiệu suất tổng hợp amoniac trong công nghiệp, có thể đưa ra biện pháp gì? Giải thích.
- Tính biến thiên entanpi phân li liên kết  $\Delta H_b^0$  của một liên kết N-H trong phân tử amoniac.
- Tính biến thiên entanpi hình thành tiêu chuẩn  $\Delta H_f^0$  của gốc  $\cdot\text{NH}_2$ . Cho  $\Delta H_b^0(\text{H-NH}_2) = 380 \text{ kJ.mol}^{-1}$ .

**Câu 4. (3,0 điểm)**

Trong môi trường axit,  $\text{H}_2\text{C}_2\text{O}_4$  bị  $\text{KMnO}_4$  oxi hoá thành  $\text{CO}_2$ . Trộn 50,00 mL dung dịch  $\text{KMnO}_4$  0,0080 M với 25,00 mL  $\text{H}_2\text{C}_2\text{O}_4$  0,20 M và 25,00 mL dung dịch  $\text{HClO}_4$  0,80 M được dung dịch A.

- Viết phương trình phản ứng xảy ra. Tính hằng số cân bằng của phản ứng và xác định thành phần của dung dịch A.
- Trộn 10,00 mL dung dịch A với 10,00 mL dung dịch B gồm  $\text{Ca}(\text{NO}_3)_2$  0,020 M và  $\text{Ba}(\text{NO}_3)_2$  0,10 M. Có kết tủa nào tách ra?

Chấp nhận sự cộng kết là không đáng kể; thể tích dung dịch tạo thành khi pha trộn bằng tổng thể tích của các dung dịch thành phần.

Cho:  $E_{\text{MnO}_4^-, \text{H}^+/\text{Mn}^{2+}}^0 = 1,51 \text{ V}$ ;  $E_{\text{CO}_2/\text{H}_2\text{C}_2\text{O}_4}^0 = -0,49 \text{ V}$ ; ở  $25^\circ\text{C}$ :  $2,303 \frac{RT}{F} = 0,0592$ ;

$\text{pK}_{a1}(\text{H}_2\text{C}_2\text{O}_4) = 1,25$ ;  $\text{pK}_{a2}(\text{H}_2\text{C}_2\text{O}_4) = 4,27$ ;  $\text{pK}_{a1}(\text{H}_2\text{O} + \text{CO}_2) = 6,35$ ;  $\text{pK}_{a2}(\text{H}_2\text{O} + \text{CO}_2) = 10,33$ ;

$\text{pK}_s(\text{CaC}_2\text{O}_4) = 8,75$ ;  $\text{pK}_s(\text{CaCO}_3) = 8,35$ ;  $\text{pK}_s(\text{BaC}_2\text{O}_4) = 6,80$ ;  $\text{pK}_s(\text{BaCO}_3) = 8,30$ ;

( $\text{pK}_s = -\lg K_s$ , với  $K_s$  là tích số tan;  $\text{pK}_a = -\lg K_a$ , với  $K_a$  là hằng số phân li axit).

Độ tan của  $\text{CO}_2$  trong nước ở  $25^\circ\text{C}$  là  $L_{\text{CO}_2} = 0,030 \text{ M}$ .

**Câu 5. (3,0 điểm)**

1. Cho:  $E_{\text{MnO}_4^-, \text{H}^+/\text{Mn}^{2+}}^0 = 1,51 \text{ V}$ ;  $E_{\text{MnO}_4^{2-}, \text{H}^+/\text{MnO}_2}^0 = 2,26 \text{ V}$ ;  $E_{\text{MnO}_2, \text{H}^+/\text{Mn}^{2+}}^0 = 1,23 \text{ V}$ .

a) Tính  $E_{\text{MnO}_4^-, \text{H}_2\text{O}/\text{MnO}_2}^0$  và  $E_{\text{MnO}_4^-, \text{H}_2\text{O}/\text{MnO}_4^{2-}}^0$ .

b) Nhận xét về khả năng oxi hóa của  $\text{MnO}_4^-$  trong môi trường axit, trung tính và bazơ. Giải thích.

- Viết phương trình ion của các phản ứng để minh họa khả năng oxi hóa của ion pemanganat phụ thuộc vào pH của môi trường.

**Câu 6. (3,5 điểm)**

Để xác định hàm lượng của crom và sắt trong một mẫu gồm  $\text{Cr}_2\text{O}_3$  và  $\text{Fe}_2\text{O}_3$ , người ta đun nóng chảy 1,98 gam mẫu với  $\text{Na}_2\text{O}_2$  để oxi hóa  $\text{Cr}_2\text{O}_3$  thành  $\text{CrO}_4^{2-}$ . Cho khối đã nung chảy vào nước, đun sôi để phân huỷ hết  $\text{Na}_2\text{O}_2$ . Thêm  $\text{H}_2\text{SO}_4$  loãng đến dư vào hỗn hợp thu được và pha thành 100,00 mL, được dung dịch A có màu vàng da cam. Cho dung dịch KI (dư) vào 10,00 mL dung dịch A, lượng  $\text{I}_3^-$  (sản phẩm của phản ứng giữa  $\Gamma$  và  $\text{I}_2$ ) giải phóng ra phản ứng hết với 10,50 mL dung dịch  $\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3$  0,40 M. Nếu cho dung dịch NaF (dư) vào 10,00 mL dung dịch A rồi nhỏ tiếp dung dịch KI đến dư thì lượng  $\text{I}_3^-$  giải phóng ra chỉ phản ứng hết với 7,50 mL dung dịch  $\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3$  0,40 M.

- Viết các phương trình phản ứng xảy ra.
- Giải thích vai trò của dung dịch NaF.
- Tính thành phần % khối lượng của crom và sắt trong mẫu ban đầu. Cho: Fe = 56; Cr = 52.

-----HẾT-----

\* Thí sinh không được sử dụng tài liệu.

\* Giám thị không giải thích gì thêm.